Que Ningún Término Resoluble de Lambda-Valor Se Quede Atrás (resumen)

Álvaro García-Pérez
Reykjavík University
Islandia
alvarog@ru.is

Pablo Nogueira
Instituto IMDEA Software
Madrid, España
pablo.nogueira@imdea.org

Este es el resumen de la ponencia en Castellano sobre el artículo titulado «No solvable lambda-value term left behind» publicado por los autores en la revista *Logical Methods in Computer Science* Vol. 2(2:12) 2016, págs.1–43. La ponencia forma parte del programa de las XVI Jornadas sobre Programación y Lenguajes dentro del V Congreso Español de Informática que tuvo lugar del 13 al 16 de septiembre de 2016 en Salamanca.

El cálculo lambda es bien conocido por su importancia en la teoría de la computabilidad así como en el estudio y la implementación de los lenguajes de programación y los sistemas de demostración formal asistida por ordenador.

Los tres ingredientes principales del cálculo lambda puro (abreviado λK) son un conjunto de términos y dos teorías lógicas formales de demostración. *Grosso modo*, un término es un programa que computa una función matemática. Un término puede ser una variable, o una definición de función anónima en la que se usa el símbolo λ para señalar la variable parámetro (de ahí el nombre del cálculo), o la aplicación de un término (el operador) a otro término (el operando). Una variable puede estar libre (representa un operador desconocido) o ligada (referencia un parámetro dentro del cuerpo de una función anónima).

La ejecución de un término se establece de forma operacional mediante una relación de «reducción» entre términos. Dicha relación se construye a partir del axioma de que la aplicación de una función anónima a un operando reduce a (está en relación de reducción con) el término que resulta de sustituir dentro del cuerpo de la función el término operando por las apariciones de la variable parámetro ligadas por la λ de la función. Al término formado por la aplicación de una función anónima a un operando se le llama «redex», del Inglés «reducible expression». La reducción de un término termina o «converge» en un resultado cuando el término reduce en cero o más pasos a un término sin «redexes». A dicho resultado se le llama «forma normal». En cambio, la reducción de un término no termina o «diverge» cuando siempre reduce a un término con «redexes» y la secuencia de reducción es infinita.

La igualdad operacional o «conversión» se define como el cierre simétrico de la reducción en cero o más pasos: si un término M reduce a un término N en cero o más pasos entonces M es convertible a N y N es convertible a M.

Tanto la relación de reducción como la de conversión se definen inductivamente mediante una teoría lógica formal de demostración, de manera que dos términos están en la relación de reducción/conversión (en otras palabras, el primer término reduce/convierte al segundo) si este hecho puede derivarse a partir de los axiomas y las reglas de inferencia de la teoría lógica de reducción/conversión.

Un resultado importante del cálculo λK es que si un término tiene forma normal entonces ésta es única. A esta propiedad se le llama «confluencia». Debido a esto, ambas teorías lógicas son consistentes, es decir, no pueden demostrarse reducciones o conversiones contradictorias.

Contribution to:
PROLE 2016

Es natural suponer que los términos que convergen son operacionalmente relevantes (significativos, útiles, etc.) mientras que los que divergen son operacionalmente irrelevantes (no significativos, inútiles, etc.). Pero ésto no es así. Si se toman los términos divergentes y se añade su conversión como nuevos axiomas a la teoría lógica de conversión, la teoría lógica resultante deja de ser consistente.

Aquí es donde entra el concepto de término resoluble, del Inglés «solvable». Un término resoluble es aquel cuya reducción o bien converge, o bien diverge pero la aplicación del término a ciertos operandos puede converger. Es decir, el término en sí diverge pero puede obtenerse una convergencia al usar el término como operador. Son los términos irresolubles los operacionalmente irrelevantes, pues si se añade su conversión como nuevos axiomas, la teoría lógica de conversión resultante sigue siendo consistente.

El cálculo lambda-valor, del Inglés «lambda-value» y abreviado λ_V, fue introducido para dar una base teórica a los lenguajes de programación funcionales con mecanismo de paso de parámetros por valor, en Inglés «call-by-value». La noción de «redex» se restringe a que el operando sea un valor (una variable o una función anónima) y no una aplicación, ya que ésta debe reducirse a un valor antes de pasarse como parámetro a la función. El motivo de la restricción no es únicamente modelar el paso de parámetros por valor. La restricción garantiza también la confluencia y, por tanto, la consistencia de las teorías lógicas de reducción y conversión de λ_V. Se mantiene la consistencia al mantener la posibilidad de divergencia de los operandos. Un operando no debe sustituirse sin más en la función. Si diverge debe hacerlo antes de ser pasado ya que la función podría no usarlo y converger a una forma normal. En el cálculo λ_V se tienen por tanto términos que son aplicaciones de operadores a operandos donde éstos últimos están bloqueados por variables tal que la aplicación no puede reducirse hasta que se sustituyan valores por las variables. La existencia de estos términos bloqueantes da un carácter secuencial a la reducción de λ_V.

Existe una definición muy útil de resolubilidad para λ_V, llamada «v-resolubilidad», que es no obstante problemática entre otras cosas porque hay términos en forma normal que son a la vez irresolubles, y las teorías lógicas resultantes no son consistentes. A pesar de ello, la definición de v-resolubilidad encaja bien con los modelos operacionales de paso de parámetros por valor basados en la notoria máquina abstracta SECD.

En el artículo «No solvable lambda-value term left behind» mostramos que los problemas de la v-resolubilidad son debidos a que dicha definición es una adaptación al cálculo λ_V de una definición de resolubilidad alternativa del cálculo λK, la cual es equivalente en dicho cálculo a la definición básica «la convergencia a forma normal es posible usando el término como operador» gracias a un lema intermedio que conecta las definiciones y cuyo análogo en λ_V no se cumple. Por tanto, debe adaptarse la definición básica y no la alternativa. La v-resolubilidad expresa lo que hemos llamado «transformabilidad», esto es, converger en un valor arbitrario, no a una forma normal. En cambio, la definición básica adaptada a λ_V captura transformabilidad y «congelabilidad», esto es, converger en una forma normal, pero no arbitraria. En el artículo relacionamos la resolubilidad con la noción de uso efectivo del término, adaptamos la noción de «orden de un término» y demostramos un Lema de Genericidad Parcial que establece que un término irresoluble que no es usado de forma efectiva puede reemplazarse por un término arbitrario de igual orden. Finalmente, la conversión de irresolubles de igual orden puede añadirse como axiomas obteniendo teorías lógicas consistentes, y manteniendo que las formas normales de λ_V sean resolubles. En el proceso, presentamos estrategias de reducción para λ_V novedosas que entre otras cosas muestran que existen estrategias de λ_V que encuentran la forma normal de un término cuando ésta existe, si bien la encuentran siguiendo pasos de reducción que no son estándar.